更多 GMAT 必备/全科/单项/冲刺/备考资料包 请加**班煮任微信号：ybnt110** 免费获取

数学六大思想

1）分类讨论思想

所谓分类讨论，就是当问题所给的对象不能进行统一研究时，我们就需要对研究的对象进行分类，然后对每一类分别研究，得出每一类的结论，最后综合各类的结果得到整个问题的解答.实质上分类讨论是“化整为零，各个击破，再积零为整”的策略. 分类讨论时应注重理解和掌握分类的原则、方法与技巧、做到“确定对象的全体，明确分类的标准，分层别类不重复、不遗漏的分析讨论.”

例题：

How many different prime numbers are factors of the positive integer n?

(1) Four different prime numbers are factors of 2n

(2) Four different prime numbers are factors of n^2

分析：(1) 2n 有四个不同的质因数。由于 2n 中含有 2 这个系数，因此 n 中是否有 2 便成为了解题的关键。当 n 中含有 2 时，假设 2n=2*2*3*5*7，此时 2n 含有 4 个不同的质因数，满足条件，而 n 也含有四个不同的质因数(2、3、4、5)；而当 n 中不含 2 时，假设 2n=2*3*5*7,此时 2n 含有四个不同的质因数，而 n 含有 3 个不同的质因数(3、5、7)。因此对于(1)来说，答案不唯一，因此不充分。

(2) n^2 有四个不同的质因数就避免了(1)中出现的问题，假设 $n^2=2^2 3^2 5^2 7^2$，则 n 便含有四个不同的质因数(2、3、5、7) 因此(2)是充分的，此题选 B

2） 转化与化归思想

所谓转化与化归思想方法，就是在研究和解决有关数学问题时，采用某种手段将问题通过变换使之转化，进而达到解决的一种方法.一般总是将复杂的问题通过转化为简单的问题，将难解的问题通过变换转化为容易的问题，将未解决的问题变换转化为已解决的问题.

转化与化归的思想方法是数学中最基本的思想方法.数学中一切问题的解决都离不开转化与化归，数形结合思想体现了数与形的相互转化；函数与方程思想体现了函数、方程、不等式间的相互转化；分类讨论思想体现了局部与整体的相互转化，以上三种思想方法都是转化与化归思想的具体体现.各种变换法、分析法、反证法、待定系数法、构造法等都是转化的手段.所以说转化与化归是数学思想方法的灵魂.

例题：

If $zy<xy<0$, is $|x-z|+|x|=|x-z|$?

(1) $z<x$

(2) $y>0$

分析：

解：

条件 1

$z<x$ 转化为 $z-x<0$

申友教育官网：www.thinkwithu.com 全国统一免费咨询电话：400-600-1123

申友 GMAT 基础课、GMAT 强化课、托福冲刺课、名师 1 对 1VIP 提分课欢迎随时咨询

zy＜xy＜0 转化为 zy-xy＜0，进一步转化为 y(z-x) ＜0

上述 2 个不等式联立，可推导出 y＞0

所以条件 1 和条件 2 其实是一样的，分别充分

答案 D ，条件 1 和条件 2 分别充分

DS 题常常需要用到转化与化归。

陷阱往往就出在，2 个看似不同的条件，转化后其实是相同的。没有注意到这一点，就容易误选。

3）递推思想：

递推思想为：通过已知条件，利用特定关系逐步递推，最终得到结果为止，其核心就是不断的利用现有信息推出新的东西。

例题：

In the sequence 1, 2, 4, 8, 16, 32,..., each term after the first is twice the previous term. What is the sum of the 16th , 17th ,and 18th terms in the sequence?

A. 218

B. 3(217)

C. 7(216)

D. 3(216)

E. 7(215)

分析：

在数列 1,2,4,8,16,32.....中，后项都为前项的两倍，即：an=2an-1 即此数列为公比为 2 的等比数列：an=a1*qn-1 即 an=2n-1 因此，a16=215 ；a17=216；a18=217 因此 sum=215+216+217 =215(1+2+4)=7(215)选 E

4）换元法

换元法又称变量替换法，即根据所要求解的式子的结构特征，巧妙地设置新的变量来替代原来表达式中的某些式子或变量，对新的变量求出结果后,返回去再求出原变量的结果.换元法通过引入新的变量，将分散的条件联系起来，使超越式化为有理式、高次式化为低次式、隐性关系式化为显性关系式，从而达到化繁为简、变未知为已知的目的.

例题：What is the value of $\frac{2t+t-x}{t-x}$

(1) $\frac{2t}{t-x}=3$

(2) t-x=5

分析：为了将两个条件可以带入原公式，根据分数原理将原公式拆分，以得到与条件中一致的元素，进行转换，尝试能否得出数值。

条件(1)$\frac{2t+t-x}{t-x}=\frac{2t}{t-x}+\frac{t-x}{t-x}=\frac{2t}{t-x}+1=3+1=4$ 条件1成立

条件(2) 将t-x带入$\frac{2t+t-x}{t-x}=\frac{2t+5}{5}=\frac{2t}{5}+1$ 由于无法确定t 的值，所以条件2无法求出数值。

5）数形结合

数形结合的思想，其实质是将抽象的数学语言与直观的图形结合起来，使抽象思维和形象思维结合，通过对图形的认识，数形结合的转化，可以培养思维的灵活性，形象性，使问题化难为易，化抽象为具体. 通过“形”往往可以解决用“数”很难解决的问题.学会数形结合，特别是在做几何、集合或概率方面的题时，将数转化为形是解决很多问题的关键，常常能够帮助考生准确迅速地解题。

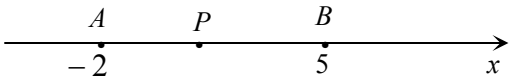
例题：

对一切实数x，若$|x-5|+|x+2|>a$恒成立，求实数a的取值范围。

分析：

充分考虑绝对值的几何意义，从距离关系上分析$|x-5|+|x+2|$的几何意义.

解：根据绝对值的几何意义，$|x-5|$可看作点$P(x)$到点$B(5)$的距离，$|x+2|$可看作点$P(x)$到$A(-2)$的距离.



（如图）

由于$|AB|=7$，

因此线段AB上每一点到A、B的距离和都等于 7.

当点P在线段AB延长线上或在BA延长线上时，一定有

$|PA|+|PB|>|AB|=7$

即数轴上任一点到A、B的距离之和都大于或等于 7.

∴要使$|x-5|+|x+2|>a$恒成立，必有$a\leqslant 7$.

评注：数形结合是数学中的一种基本思维方法，要养成从数、形两个方面去思考问题的习惯，这对高中数学的学习是极为有益的.

6）函数与方程思想

方程思想是通过对问题的观察、分析、判断等一系列的思维过程中，具备标新立异、独树一帜的深刻性、独创性思维，将问题化归为方程的问题，利用方程的性质、定理，实现问题与方程的互相转化接轨，达到解决问题的目的。函数的思想是找出问题的内在联系，通过类比、联想、转化、合理地构造函数,建立函数关系，利用函数的概念和性质去分析问题，

然后去分析、研究问题。

例题：

John and Mary were each paid x dollars in advance to do a certain job together. John worked on the job for 10 hours and Mary worked 2 hours less than John. If Mary gave John y dollars of her payment so that they would have received the same hourly wage, what was the dollor amount, in terms of y, that John was paid in advance?

A. 4y

B. 4y

C. 6y

D. 8y

E. 9y

分析：

这是一道典型的应用问题，要找到解题的思路也非常的简单，只需要找到其中的等式关系就好。从题目可以发现一组对应的等量关系 Mary 给 John y 刀他们工作每小时得到的时薪 z（设相等的每小时时薪为 z）就一样，要找出 x 关于 y 的函数关系

由此可列方程组：

x-y=8z ①

x+y=10z ②

①+②得 x=9z，再带回①得 y=z，所以 x=9y，所以之前 John 的工资用 y 表示为 9y，答案为 E

申友官网：www.thinkwithu.com

微信公众号：名校留学全攻略（ID：mingxiaoliuxue1703）

新浪微博：名校留学

申友班煮任微信号：**ybnt110**（免费领取备考资料哦）

学习计划免费制定 QQ：**2182059007**（Henry 老师）

全国统一咨询电话：**400-600-1123**

更多 GMAT 必备/全科/单项/冲刺/备考资料包 请加**班煮任微信号：ybnt110** 免费获取

申友教育官网：www.thinkwithu.com 全国统一免费咨询电话：400-600-1123
申友 GMAT 基础课、GMAT 强化课、托福冲刺课、名师 1 对 1VIP 提分课欢迎随时咨询